Zkouškový test PST, 16.6.2021

T1 Dospělou populaci rozdělíme na muže a ženy a na starší a mladší. Výška dospělého člověka v cm je náhodná veličina s normálním rozdělením s parametry danými příslušností ke skupině:

skupina	μ	σ^2	zastoupení v populaci
mladší muži	178	8	0.3
starší muži	172	7.5	0.2
mladší ženy	166	5	0.25
starší ženy	161	5.5	0.25

a) Náhodně vyberu člověka. Jaká je pravděpodobnost, že je alespoň 170cm vysoký?

b) Spočítejte, jaké je procentuální zastoupení mužů a žen mezi lidmi vyššími než 170cm.

T2 Hrajeme hru, u které se hází kostkou a je výhodné házet šestku. Náš soupeř na plné čáře vyhrál. Vzali jsme proto jeho kostku a chceme ověřit, jestli je férová. Provedli jsme 100 hodů, z nichž šestka padla celkem 21-krát. Lze na základě tohoto zjištění vyloučit, že kostka hází férově? Zvolte jednostrannou variantu testu a hladinu $\alpha = 0.05$.

T3 Náhodný vektor (X, Y) má varianční matici

$$\mathrm{var}(X, Y) = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Určete rozptyl veličiny $2X - Y$.

b) Mohou být veličiny X a Y nezávislé? Zdůvodněte svou odpověď.

c) Určete korelační koeficient veličin $\rho_{X,Y}$. Předpokládejme dále, že veličiny X a Y mají obě normální rozdělení s nulovými středními hodnotami a že jsme naměřili hodnotu $Y = 1.9$. Rámcově jaké hodnoty lze očekávat od X?

T4 Házíme mincí do té doby, než padne panna. Provedli jsme šest sérií, v nichž panna padla postupně v prvním, pátém, druhém, druhém, čtvrtém a třetím hodu. Metodou maximální věrohodnosti odhadněte pravděpodobnost p, se kterou na minci padá panna.

T5 Náhodně a nezávisle vybereme (postupně v čase) body x, y, z z intervalu $[-1, 1]$.

a) Jaká je pravděpodobnost, že jsme vybrali monotónní posloupnost?

b) Jsou jevy A :„Vybrali jsme monotónní posloupnost" a $B : x > 0$ nezávislé? Dokažte.